

## ZADANIE

### Dla I klasy liceum z B23

#### 1. Metryczka zadania

Oznaczenie zadania (numer)	Zakres materiału (wg podstawy programowej)	Szacowana łatwość (w skali: b. łatwe, łatwe, średniotrudne, trudne, b. trudne)	Maksymalna liczba punktów	Szacowany czas potrzebny na rozwiązanie (w min.)
B23-15	7.1 roz	średniotrudne	4	6

#### 2. Treść zadania

W okrąg o promieniu  $r$  wpisano czworokąt  $ABCD$  w taki sposób, że przekątna  $AC$  tego czworokąta jest średnicą okręgu, a wierzchołki  $B$  i  $D$  leżą po przeciwnych jej stronach.

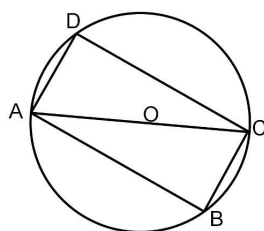
- A. Wykaż, że jeżeli odległości wierzchołków  $B$  i  $D$  od tej średnicy są równe i wierzchołki te nie leżą na jednej prostej prostopadłej do  $AC$ , to czworokąt ten jest prostokątem.
- B. Pokaż, że założenie o równych odległościach wierzchołków  $B$  i  $D$  od średnicy jest istotne.

#### 3. Modelowe rozwiązanie (jeżeli istnieją różne sposoby rozwiązania to przynajmniej komentarz w tej kwestii)

- A. Założenie: Dany jest czworokąt  $ABCD$  wpisany w okrąg.  $AC$  jest średnicą tego okręgu. Odległość punktu  $B$  i  $D$  od średnicy  $AC$  są równe,  $BD$  nie jest prostopadłe do  $AC$ .

Teza: Czworokąt  $ABCD$  jest prostokątem.

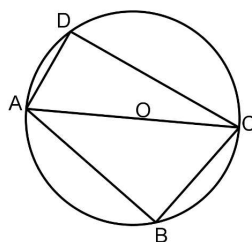
Dowód. Zauważmy, że  $\angle ABC$  i  $\angle ADC$  są kątami prostymi, gdyż są oparte na średnicy okręgu. Zgodnie z oznaczeniami na rysunku i założeniami twierdzenia mamy  $|BD| = |AC|$ .



Zatem  $BD$  jest średnicą okręgu. Stąd dalej wynika, że kąty  $\angle DCB$  i  $\angle DAB$  są proste, czyli czworokąt  $ABCD$  jest prostokątem.

- B. Istotność założenia o równości odległości ilustruje rysunek.

Uwaga. Zauważmy, że zadanie można rozbudować. Jeżeli punkty  $B$  i  $D$  leżą na odcinku prostopadłym do  $AC$ , ale nie przechodzącym przez środek okręgu to łatwo sprawdzić, że figura  $ABCD$  jest deltoidem. A gdy  $BD$  jest prostopadły do  $AC$  i przechodzi przez środek okręgu to  $ABCD$  jest kwadratem.



#### 4. Schemat oceniania

zadanie	modelowe etapy rozwiązania zadania	liczba punktów
A	analiza tematu zadania (zapisanie założeń i tezy twierdzenia)	1
	sporządzenie rysunku zgodnego z założeniami	1
	wyciągnięcie wniosków	1
B	podanie odpowiedniego kontrprzykładu	1

5. Propozycje wykorzystania (na lekcji, praca domowa, zadanie dodatkowe, zadanie powtórkowe, praca samodzielna, materiały do MOODL-a itp.)

praca domowa, na lekcji